



Prueba Experimental

Determinación de la Densidad Lineal de una Cuerda

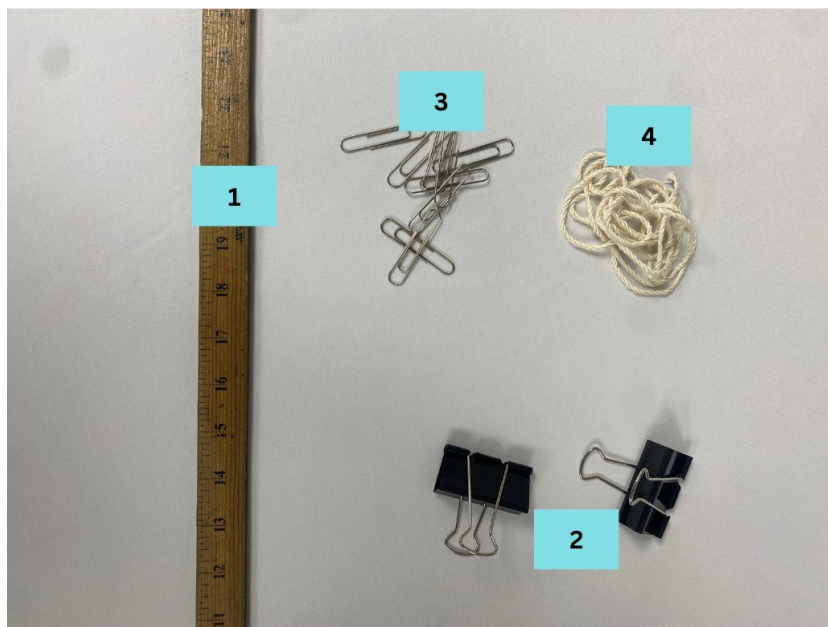
Introducción

La catenaria es la curva que describe un cable o cadena flexible suspendido entre dos puntos y sometido únicamente a su propio peso, se usa para el diseño de estructuras como puentes colgantes y cúpulas. En la presente prueba experimental, se emplearán los principios físicos de la catenaria con un propósito analítico: al variar la tensión en una cuerda y medir la deflexión vertical resultante (pandeo), se determinará una propiedad física intrínseca del material: su **densidad lineal de masa** (λ).

Objetivo

Determinar la **densidad lineal de masa** de una cuerda mediante el análisis de la catenaria que se forma bajo diferentes tensiones.

Materiales



- 1) Regla milimetrada.
- 2) Dos soportes de sujeción (tipo “binder clips” grandes).
- 3) Ocho clips para papel idénticos (masa nominal de 1.00 g por unidad).
- 4) Una cuerda de 1.70 m. Papel milimetrado.
- 5) Papel milimetrado



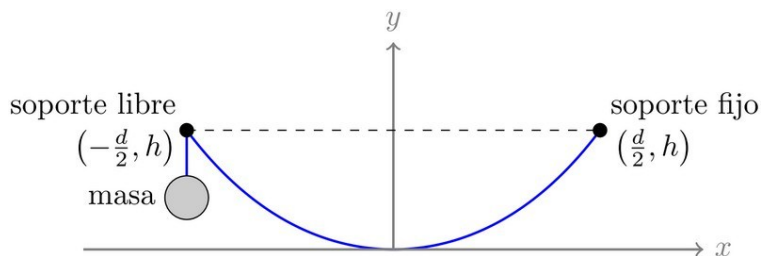
Modelo Teórico y Fundamento Físico

La configuración de equilibrio de una cuerda uniforme bajo la acción de la gravedad se describe matemáticamente por la función de la **catenaria**. Si se establece un sistema de coordenadas donde el punto más bajo (vértice) de la curva se encuentra en el origen, la forma de la cuerda viene dada por:

$$y(x) = a \left(\cosh\left(\frac{x}{a}\right) - 1 \right) \quad \text{(Ecuación 1)}$$

donde es el parámetro de la catenaria, una constante que depende inversamente de la densidad lineal y directamente de la tensión; el coseno hiperbólico se define como:

$$\cosh(u) = \frac{e^u + e^{-u}}{2}$$



La tensión en el punto de soporte libre, generada por el contrapeso de N clips de masa m_{clip} cada uno, es $T(d) = Mg$, donde $M = N \cdot m_{\text{clip}}$. La teoría de la catenaria proporciona una expresión alternativa para la tensión: $T(d) = a \cdot \lambda \cdot g \cdot \cosh\left(\frac{d}{a}\right)$. Al igualar ambas expresiones para la tensión y simplificar la aceleración de la gravedad g , se obtiene la relación fundamental para este experimento:

$$M = \lambda \left[a \cdot \cosh\left(\frac{d}{a}\right) \right] \quad \text{(Ecuación 2)}$$

El valor de λ se puede determinar a partir de los valores de a , d y de la masa colgante M .



Determinación del Parámetro a

El parámetro a no se puede medir directamente. Sin embargo, puede calcularse a partir de las mediciones geométricas del montaje. En los extremos $x = \pm \frac{d}{2}$, se cumple que $y = h$. Considerando que la deflexión vertical resultante (pandeo) es pequeña en comparación con la distancia entre los soportes ($h \ll d$), la tensión en la cuerda es grande y el argumento $\frac{x}{a} \ll 1$. En este régimen, la función $\cosh\left(\frac{x}{a}\right)$ puede aproximarse utilizando los primeros términos de su desarrollo en serie de Taylor:

$$\cosh u \approx 1 + \frac{u^2}{2!}$$

Usando esta aproximación, se obtiene la siguiente expresión:

$$h \approx \frac{d^2}{8a} \quad \text{(Ecuación 3)}$$

Procedimiento Experimental

Montaje del Sistema:

- 1. Montaje inicial:** Fije un soporte de sujeción en el borde de cada mesa de forma que queden a igual altura. Anude un extremo de la cuerda a la parte metálica de uno de los soportes y pase el extremo libre por el hueco del otro soporte.
- 2. Fije la Distancia Horizontal (d):** Separe las mesas hasta que la distancia horizontal entre los soportes sea de al menos un metro y medio. Mida esta distancia con la regla milimetrada y regístrela.
- 3. Aplicación de Carga Inicial:** Amarre un clip en el extremo libre de la cuerda para aplicar una tensión inicial y definir la forma de la catenaria. Jale suavemente el extremo libre de la cuerda (hasta que esté completamente tensionada) y suéltela para que llegue al equilibrio estático.



Mediciones:

4. Medición del Pandeo (h): Mida la distancia vertical desde la línea horizontal imaginaria que une los dos puntos de soporte hasta el vértice (punto más bajo) de la cuerda.

5. Incremento de Carga: Añada un clip adicional al contrapeso y jale nuevamente hasta tensar. Suelte y espere a que el sistema se estabilice y mida el nuevo valor de pandeo h .

6. Recopilación de Datos: Repita el paso anterior, añadiendo un clip a la vez y midiendo el pandeo correspondiente, usando los clips proporcionados.

Resultados:

7. Demuestre la ecuación 3. (2 pts.)

8. Registro de datos: Sistematice las mediciones en una tabla, anotando el número de clips (N), la masa total de la carga en gramos, el pandeo medido (h) en centímetros y el valor de α , para cada medición. Incluya la medida de d . **(8 pts.)**

9. Análisis y determinación de λ : Con los datos recopilados y las ecuaciones del modelo teórico, linealice la ecuación 2. Realice la gráfica correspondiente que permita calcular la densidad lineal de masa y estime su incertidumbre experimental. **(10 pts.)**