Surf en El Salvador

a) Por continuidad:

$$A_1 v_0 = A_2 v_2, \quad A = Lh \tag{1}$$

$$v_2 = v_0 \frac{h_1}{h_2} \tag{2}$$

b)

$$\frac{1}{2}\rho g h_1^2 + \rho v_0^2 h_1 = \frac{1}{2}\rho g h_2^2 + \rho v_2^2 h_2 \tag{3}$$

Sustituyendo v_2 y cancelando:

$$\frac{1}{2} g h_1^2 + v_0^2 h_1 = \frac{1}{2} g h_2^2 + v_0^2 \frac{h_1^2}{h_2} \tag{4}$$

$$\frac{1}{2} g \left(h_1^2 - h_2^2\right) + v_0^2 h_1 \left(1 - \frac{h_1}{h_2}\right) = 0 \tag{5}$$

$$(h_1 - h_2)\left(\frac{1}{2} g \left(h_1 + h_2\right) - v_0^2 \frac{h_1}{h_2}\right) = 0 \tag{6}$$

$$h_2^2 \frac{g}{2} + h_2 \frac{g h_1}{2} - v_0^2 h_1 = 0 \tag{7}$$

Un resultado negativo no hace sentido, por lo que:

$$h_2 = h_1 \left(-\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 2\frac{v_0^2}{g h_1}}\right) \tag{8}$$

$$h_2 = \frac{h_1}{2}\left(-1 + \sqrt{1 + 8F_r^2}\right) \tag{9}$$

.
.
.

c)

$$E_T = \frac{1}{2}mv^2 + mgh + E_p, \quad m = \rho V \tag{10}$$

Como la energía contenida por la presión se desprecia:

$$E_T = \frac{1}{2}\rho V v^2 + \rho V gh \tag{11}$$

Como queremos encontrar la energía por unidad de peso del fluido:

$$\frac{E_T}{\rho g V} = \frac{v^2}{2g} + h \tag{12}$$

La diferencia de energías:

$$\Delta E_h = \frac{v_2^2}{2g} + h_2 - \frac{v_0^2}{2g} - h_1 \tag{13}$$

$$\Delta E_h = \frac{1}{2g}\left(v_2^2 - v_0^2\right) + (h_2 - h_1) \tag{14}$$

Del resultado de v_2 en a):

$$\Delta E_h = \frac{v_0^2}{2g}\left(\frac{h_1^2}{h_2^2} - 1\right) + (h_2 - h_1) \tag{15}$$

El resultado de b) puede ser reagrupado como:

$$\frac{v_0^2}{2g} = \frac{1}{16}h_1\left(\left(\frac{2h_2}{h_1} + 1\right)^2 - 1\right) = \frac{1}{4}\frac{h_2}{h_1}(h_2 + h_1) \tag{16}$$

Uniéndolo con la expresión de diferencia de energías:

$$\Delta E_h = \frac{h_2}{4h_1}(h_2 + h_1)\left(\frac{h_1^2}{h_2^2} - 1\right) + (h_2 - h_1) \tag{17}$$

$$\Delta E_h = \frac{-(h_2 + h_1)(h_2^2 - h_1^2)}{4h_1h_2} + (h_2 - h_1) \tag{18}$$

$$\Delta E_h = (h_2 - h_1)\left(1 - \frac{h_1^2 + h_2^2 + 2h_1h_2}{4h_1h_2}\right) \tag{19}$$

$$\Delta E_h = -(h_2 - h_1)\left(\frac{(h_2 - h_1)^2}{4h_1h_2}\right) \tag{20}$$

$$\Delta E_h = -\frac{(h_2 - h_1)^3}{4h_1h_2} \tag{21}$$

d) Para la fuerza ejercida por el flujo de moléculas de agua impactando sobre la tabla, podemos imaginar un área de moléculas que impactan contra la tabla desde una distancia y energía conocidas.
Por el teorema trabajo-energía:

$$W = Fd = \frac{1}{2}mv^2, \quad m = \rho_A V = \rho_A A d \tag{22}$$

$$Fd = \frac{1}{2}\rho_A A d v^2, \quad A = al \tag{23}$$

$$\vec{F}_v = \frac{1}{2} al\rho_A v_c^2 \hat{v} \tag{24}$$

e) Para la fuerza de empuje:

$$E = \rho_A g V \tag{25}$$

$$V = ab(l - l') + \frac{1}{2}abl' = ab(l - \frac{1}{2}l') \tag{26}$$

$$E = \frac{1}{2}\rho_A abg(2l - l') \tag{27}$$

Centro de masas total:

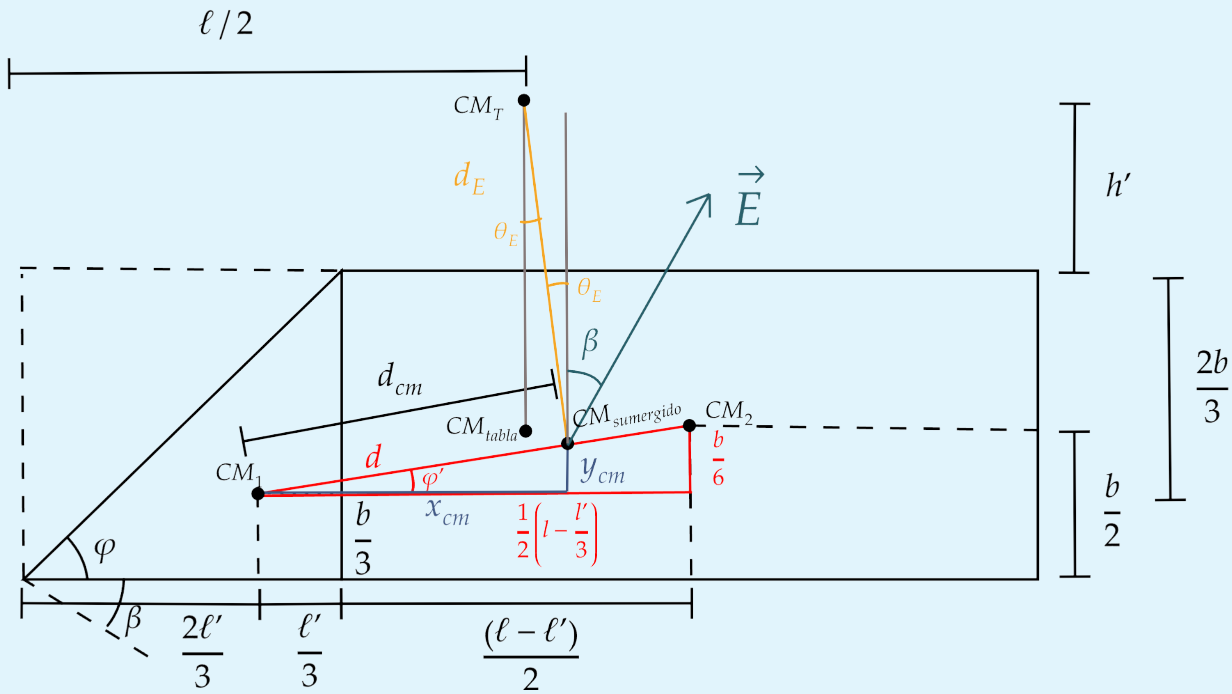
$$y_{cm_T} = \frac{m_p(0) + m_{tabla}\left(h + \frac{b}{2}\right)}{m_p + m_{tabla}} \tag{28}$$

$$y_{cm_T} = \frac{\rho_S abl\left(h + \frac{b}{2}\right)}{m_p + \rho_S abl} \tag{29}$$

Definimos:

$$h' = h - y_{cm_T} \tag{30}$$

Calculando el centro de masas del volumen sumergido, distancia con centro de masas total y componente del empuje que hace torque:



$$d_{cm} = \frac{m_1(0) + m_2 d}{m_1 + m_2} = \frac{\rho_S ab(l - l')d}{\rho_S\left(\frac{1}{2}l'ab\right) + \rho_S ab(l - l')} = \frac{l - l'}{l - \frac{l'}{2}}d \tag{31}$$

$$d = \sqrt{\left(\frac{b}{2} - \frac{b}{3}\right)^2 + \left(\frac{l - l'}{2} + \frac{l'}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{b^2}{36} + \left(\frac{l}{2} - \frac{l'}{6}\right)^2} \tag{32}$$

$$d_{cm} = \frac{1}{3}\left(\frac{l - l'}{2l - l'}\right)\sqrt{b^2 + (3l - l')^2}, \qquad l' = \frac{b}{tan\varphi} \tag{33}$$

$$\varphi' = tan^{-1}\left(\frac{b}{3l - l'}\right) \tag{34}$$

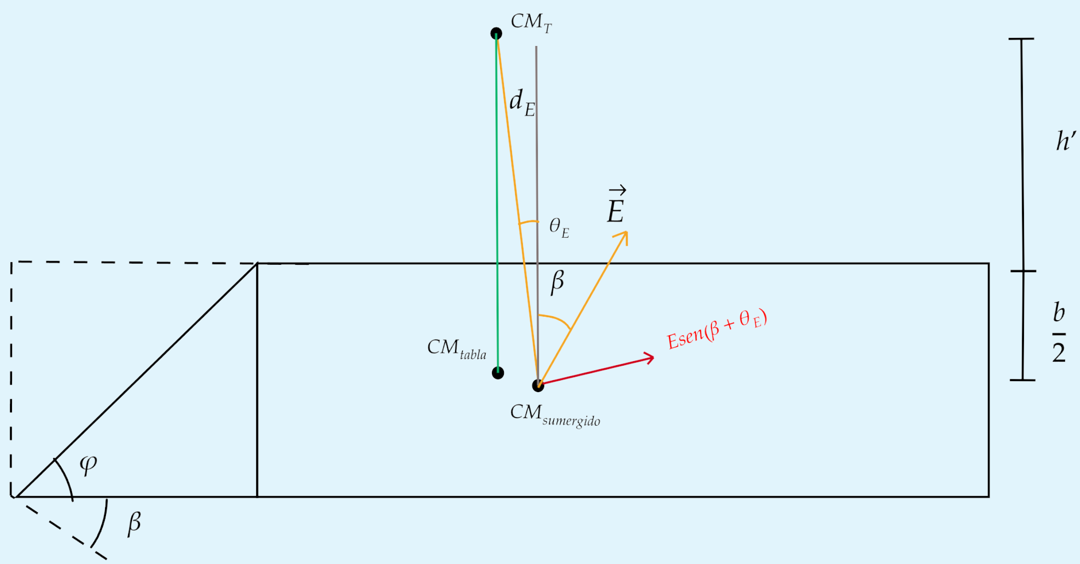
$$y_{cm} = d_{cm} sen\varphi', \quad x_{cm} = d_{cm} cos\varphi' \tag{35}$$

Para calcular d_E y θ_E

$$d_E = \sqrt{\left(\frac{2l'}{3} + x_{cm} - \frac{l}{2}\right)^2 + \left(h' + \frac{2b}{3} - y_{cm}\right)^2} \tag{36}$$

$$\theta_E = tan^{-1}\left(\frac{\frac{2l'}{3} + x_{cm} - \frac{l}{2}}{h' + \frac{2b}{3} - y_{cm}}\right) \tag{37}$$

Para el torque:



$$\tau_E = -Ed_E sen(\beta + \theta_E) \tag{38}$$

Lo cual queda con términos calculados anteriormente.