# PROBLEMA 3: FISICA DE BÚMERAN DE RUEDA VOLADORA (14 puntos)

## Introducción

Un juguete muy popular es el bumerán de rueda voladora. Este se lanza mediante un sistema ingenioso. En este problema analizaremos una forma simplificada de su funcionamiento físico. En la figura 1 se muestra las partes de este juguete.

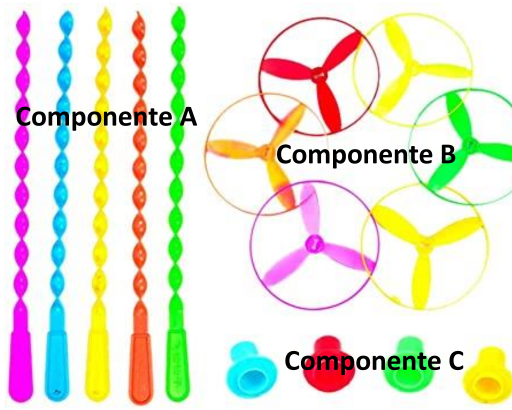


Figura 1: Partes del juguete.

**Componente 1 (Lanzador):** Es una varilla con sección transversal con grosor igual al agujero en el centro de la parte B doblada en forma de espiral, de manera que la componente 2 no pueda subir o bajar sin girar. Está doblado de tal forma que la tasa de vueltas por unidad de longitud es $k$ (Es decir, da $kl$ vueltas en una longitud $l$).

**Componente 2 (Rueda voladora):** Es un objeto en forma de disco giratorio cuyo centro tiene un agujero del tamaño justo para introducirlo la componente 1. Además, posee unos pétalos de manera que, al girar, genere resistencia al aire para impulsarse hacia arriba.

**Componente 3 (Tubo empujador):** Este es un tubo que se utiliza únicamente para empujar la rueda voladora hacia arriba para que gire. En este problema no se analizará su aporte, solo tenga en cuenta que cuando se le pida fuerzas sobre el disco es la fuerza que el tubo ejerce sobre este.

Para este problema se debe de hacer las siguientes simplificaciones:

- El lanzador es rígido, libre de fricción, y está fijo, de manera que no roba energía al sistema.
- Mientras la rueda voladora esté en el lanzador, desprecie la resistencia al aire. Además, durante el vuelo despreció la resistencia al aire traslacional y solo consideré la interacción gravitacional y de resistencia al aire debido al giro del disco volador.
- El lanzador se encuentra vertical al suelo, de manera que al salir el disco no posea velocidad paralela al suelo. Además, el plano de rotación del disco siempre es paralelo al suelo.

Funcionamiento:

1. Se introduce el tubo dentro del lanzador y luego la rueda giratoria.
2. Se empuja el tubo de forma vertical.
3. El disco subirá y planeará.

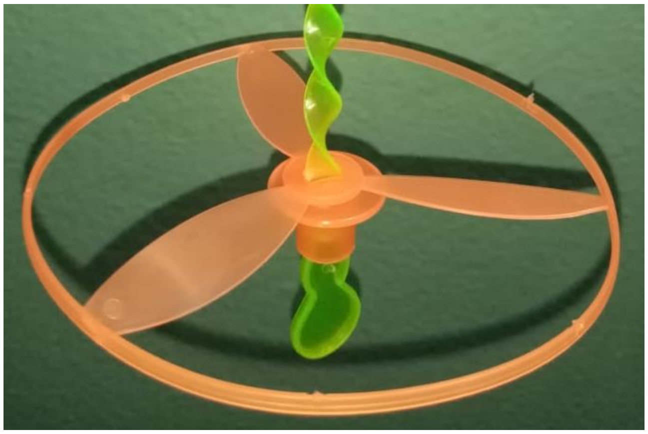

Figura 2: Montaje (vista lateral)

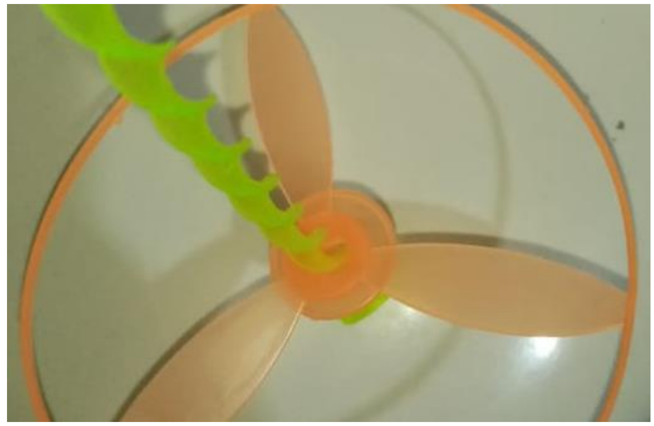

Figura 3: Montaje (vista vertical)

## Parte A: Lanzamiento

Durante el lanzamiento se ejerce una fuerza $F$ vertical sobre la rueda voladora de manera constante hasta que esta deja el lanzador. Considere que la base del lanzador se encuentra en el suelo. El componente 1 está doblada de tal forma que la tasa de vueltas por unidad de longitud es $k$ (Es decir, da $kl$ vueltas en una longitud $l$). Además, tiene una altura $h$.

| |
|---|
| A.1) Encuentre una relación entre la velocidad angular $\omega$ y la velocidad $v$, durante el lanzamiento en términos de $k$. (1 puntos) |

| |
|---|
| A.2) Dé con una expresión para la velocidad de salida de la rueda voladora, $v_0$. (3 puntos) |

En un experimento se midió que la velocidad angular en el punto máximo a una altura $H$ sobre el lanzamiento es $\omega_1$. Se define la fracción $\eta_1$ de la energía cinética rotacional utilizada como:

$$\eta_1 = \frac{\Delta K_r - \Delta E}{\Delta K_r}$$

Donde, $\Delta K_r$ es el cambio en la energía cinética rotacional, y $\Delta E$ es el cambio en la energía mecánica total.

| |
|---|
| A.3) Determine $\eta$ para el punto máximo en términos de los parámetros conocidos. (3.5 puntos) |

## Parte B: Sustentación

Consideraremos cada pétalo como un rectángulo que barre un área de grosor $d_e$ colocados con un ángulo de inclinación $\theta$ respecto a la horizontal. Esto es a propósito para que haya una resistencia al aire y esta tenga una componente vertical, que da la sustentación. El disco deja el lanzador con una velocidad inicial $v_0$, y el lanzador está diseñado para que durante todo el recorrido $\omega \gg v_0/R$, por lo que podemos despreciar la componente debido a la velocidad traslacional de la resistencia al aire por simpleza. Cada pétalo siente una fuerza (perpendicular a su área) y torque:

$$F = \frac{1}{6}\rho d_e c \omega^2 R^3$$

$$\tau = -\frac{1}{8}\rho d_e c \omega^2 R^4 \sin\theta$$

Donde $c$ es una constante que depende de la geometría del pétalo y $d_e$ es el grosor con el que se barre el aire. Se pide encontrar:

B.1) Determine el brazo de palanca $b$ de la fuerza $F$. (1 punto)

B.2) Escriba la taza de trasferencia de energía rotacional a traslacional en función de $\omega$ y $v$, las cuales son las velocidades angular y traslacional instantáneas, respectivamente. (3 puntos)

B.3) Escriba la velocidad angular como función del tiempo $t$ después de dejar el lanzador.
**Considere:** Si $\beta\omega^2 = \alpha$ entonces: $\omega^{-1} - \omega_0^{-1} = -\beta(t - t_0)$, donde $\alpha$ es la aceleración angular instantánea y $\beta$ es una constante. (2.5 puntos)

## SOLUCIÓN:

**A.1)** Supongamos que por un breve instante $\Delta t$ nos movemos en ausencia de fuerzas:

$$N = kv\Delta t = \frac{\omega\Delta t}{2\pi} \rightarrow \omega = 2\pi kv$$

**A.2)** Debido a que las fuerzas normales no realizan trabajo, la energía se conserva.

$$Fh = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}I(2\pi k\, v_0)^2 + mgh = \frac{1}{2}(m + 4I\pi^2k^2)v_0^2 + mgh$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2(F - mg)h}{m + 4I\pi^2k^2}}$$

**A.3)** Por la conservación de la energía tenemos que:

$$\eta_1 \frac{1}{2}I(\omega_0^2 - \omega_1^2) + \frac{1}{2}mv_0^2 = mgH$$

$$\eta_1 = \frac{m}{I} \cdot \frac{2gH - v_0^2}{4\pi^2k^2v_0^2 - \omega_1^2}$$

**B.1)** Temenos que,

$$b = \frac{\tau}{F\, sin\, \theta} = \frac{6}{8}R$$

**B.2)** La potencia con la que se empuja hacia arriba está dada por:

$$P_t = F\, cos\, \theta\, v$$

La potencia de disipación rotacional está dada por:

$$P_r = F\omega b\, sin\, \theta$$

La eficiencia estará dada por:

$$\eta = \frac{P_t}{P_r} = \frac{8v}{6\omega\, Rtan\, \theta}$$

**B.3)** Tenemos que:

$$\tau = -\frac{1}{8}\rho d_e c\omega^2 R^4\, sin\, \theta = I\alpha$$

$$\omega^{-1} - \omega_0^{-1} = +\frac{1}{8I}\rho d_e cR^4\, sin\, \theta\, t$$

$$\omega = \frac{1}{\frac{1}{2\pi kv_0} + \frac{1}{8I}\rho d_e cR^4 t \sin\theta}$$