

Prueba Teórica

La prueba teórica tiene una duración de 4 horas y tiene un valor total de **30 puntos**. El inicio y el final de la prueba la indicará el encargado de cada sala, quien dará el tiempo cada hora y avisará cuando falten 15 minutos para el final de la prueba.

Durante la prueba:

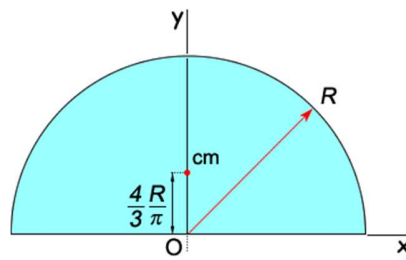
- Debe mantener activa la cámara en todo momento, el marco del video debe cubrir al estudiante y su escritorio.
- Debe permanecer en un lugar que tenga suficiente iluminación.
- Utilice calculadora no programable.
- Utilice solo un lado de cada hoja de papel.
- No escriba su nombre o país, o marcas que le permitan ser identificado en sus hojas de solución.
- En sus respuestas, trate de ser lo más conciso posible: utilice ecuaciones, expresiones lógicas y diagramas para ilustrar sus ideas y pensamientos siempre que sea posible. Evite el uso de oraciones largas.
- Presente un número adecuado de cifras significativas en sus respuestas numéricas e incluya errores en sus cálculos cuando se le solicite.
- A veces es posible resolver partes posteriores de un problema sin haber resuelto las anteriores.
- No está permitido salir de su lugar sin autorización. Si necesita ayuda, llame la atención del encargado de sala utilizando la opción de levantar la mano.

Al finalizar la prueba:

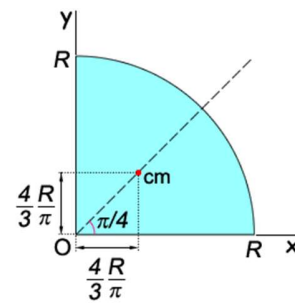
- Cuando el encargado de sala de el aviso de finalización, debe dejar de escribir inmediatamente.
- Ordene las páginas de cada problema en el orden correspondiente. Y escriba el número de página en el siguiente formato: **número de página/total de páginas** en la esquina superior derecha.
- Asegúrese de escanear todas las hojas de solución por cada problema y verifique que envía los archivos correctos.
- Por cada problema deberá de enviar un archivo en formato PDF. El nombre de los archivos deberá seguir el siguiente formato: **Código de país_Nombre_Problema1.pdf, Código de país_Nombre_Problema2.pdf y Código de país_Nombre_Problema3.pdf.**
- Deberá adjuntar el archivo de sus hojas de solución en el siguiente formulario: <https://forms.gle/UioJUtqmMg3Lqesy7> . Si no resuelve uno o mas problemas deberá de adjuntar un archivo en blanco.
- Espere la confirmación de la recepción de su prueba, por el encargado de sala.

PUEDE SER DE UTILIDAD

- 1) Ubicación del *centro de masas* (cm) de placas delgadas, uniformes y homogéneas, que tienen la forma de un semicírculo o $\frac{1}{4}$ de círculo.



1/2 círculo



1/4 círculo

- 2) Para convertir una expresión que contiene términos *senos* y *cosenos* trigonométricos de un mismo ángulo en un solo término que contenga solo la función trigonométrica *seno*.

$$A \sin \beta + B \cos \beta = \sqrt{A^2 + B^2} \sin(\beta + \phi), \text{ donde } \tan \phi = B/A.$$

PREGUNTA 1: Cuerpo en equilibrio apoyado en dos superficies fijas [10 puntos]

Un bloque de madera compacto y homogéneo, de forma semicilíndrica de masa M , radio R y cuyo eje horizontal pasa por el punto O , descansa apoyado sobre una pared vertical y sobre un piso horizontal formando un ángulo θ con la horizontal, tal como se observa en la figura 1a. La pared vertical y el piso horizontal tienen un coeficiente de fricción estática μ_1 y μ_2 , respectivamente.

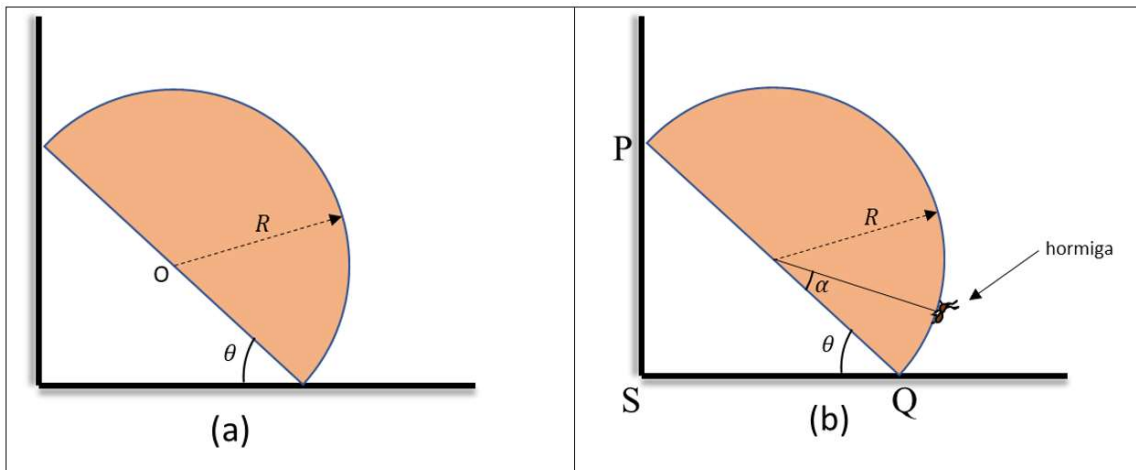


Figura 1.

- a) Determine el rango de valores que puede tomar el ángulo θ de tal manera que el bloque de madera siempre se mantenga en equilibrio estático. Expresé su respuesta de forma analítica en función de las variables dadas. [4]

En una nueva situación, consideremos al semicilindro de masa M y radio R , y a una hormiga de masa m ($m < M$) que se ubica en una posición fija sobre la superficie del semicilindro definida por el ángulo α , tal como se observa en la figura 1b.

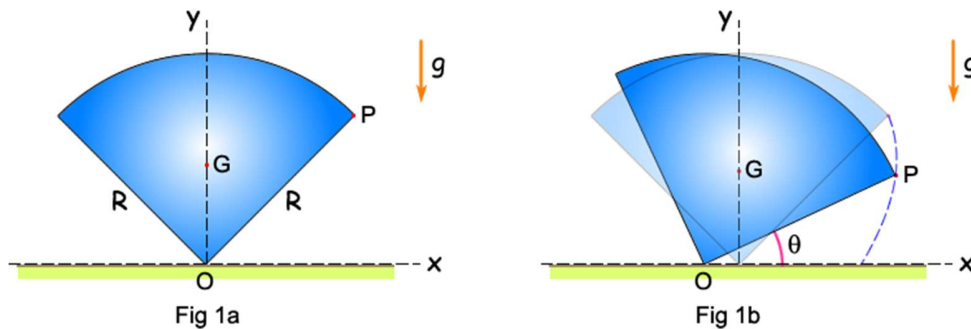
- b) De todos los valores que puede tomar θ , tal que el sistema bloque-hormiga permanezca siempre en equilibrio estático, ¿cuál es su máximo valor? [3]

A continuación, considere que la hormiga mencionada en el ítem anterior empieza a subir, muy lentamente y sin resbalar, sobre la superficie cilíndrica, desde el punto de contacto con el piso (Q) hasta el punto de contacto con la pared (P), siguiendo la trayectoria de una semicircunferencia contenida en un plano perpendicular al eje del semicilindro, tal como se ilustra en la figura 1b.

- c) ¿Cuál es el máximo valor del ángulo de inclinación, θ , tal que asegure el equilibrio del sistema para cualquier valor de α . Expresé su respuesta en términos de m/M . [3]

PREGUNTA 2: Cuerpo que resbala mientras cae [10 puntos]

Se tiene un cuerpo que tiene la forma de 1/4 de cilindro macizo, de masa m y radio R (G es su centro de masas). Este es colocado sobre una superficie horizontal lisa en su posición de equilibrio inestable apoyado en el punto O como se muestra en la figura 1a y dejado en libertad de movimiento.



Si este comienza a caer, mientras que el punto O resbala hacia la izquierda, como se indica en la figura 1b.

- Determine en qué relación se encuentran las rapidezces de los puntos O y G durante la caída del cuerpo, en función del ángulo θ que forma una de sus caras planas con la horizontal. [1]
- Determine el momento de inercia del cuerpo respecto de un eje que es perpendicular al plano de la figura que pasa por el punto G . [4]
- Determine la relación entre la rapidez v del centro de masas y la rapidez angular de rotación ω en el instante en que $\theta = 0$. [1]
- Determine la rapidez angular del cuerpo en el instante en que $\theta = 0$. [4]

PREGUNTA 3: Muy simple para un joviano [10 puntos]

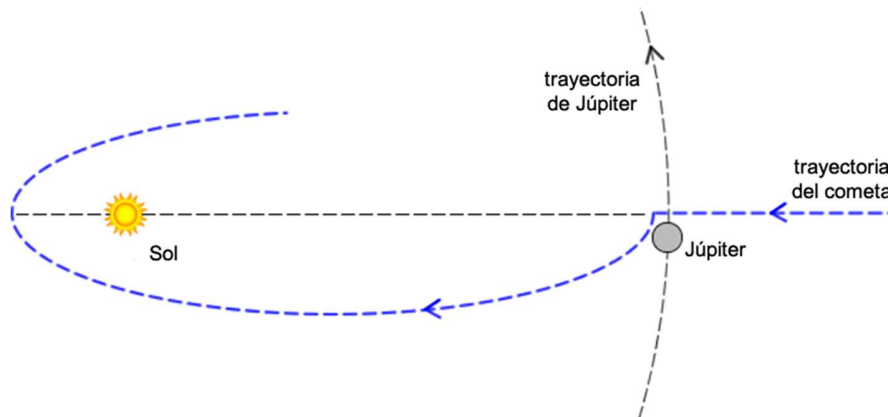
Los cometas son cuerpos celestes que básicamente rocas de hielo y polvo. Estos cuerpos orbitan alrededor del Sol en trayectorias elípticas.

Se pueden distinguir 2 tipos de cometas: las de largo periodo y las de periodo corto. Dentro de estos últimos existe un grupo de cometas denominados *Jovianos* también llamados *Familia de Júpiter* o **JFC** (del inglés Jupiter Family Comets).

Se llaman así porque se encuentran girando entre Júpiter y el Sol. La gravedad de esos dos objetos gigantes perturba la trayectoria original de un cometa entrante, y la convierten en una elipse tan estrecha, que hace que orbiten al Sol en períodos relativamente cortos.

En esta oportunidad intentaremos explicar, mediante un modelo simple, cómo un cometa que ingresa a nuestro sistema puede convertirse en un cometa Joviano.

Imaginemos a un cometa que es atraído desde una gran distancia, hacia nuestro sistema, por acción exclusiva del Sol y que al pasar por la órbita de Júpiter interactúa brevemente con este que lo desvía de su trayectoria original para finalmente quedar atrapado en una trayectoria elíptica.



Para comprender mejor toda esta travesía la analizaremos en 3 etapas que describiremos a continuación. En cada una de estas, se le pedirá realizar algunas tareas para las cuales deberá tomar en cuenta que G es la constante de gravitación universal, m_c es la masa del cometa, m_j es la masa de Júpiter, m_s es la masa del Sol y r es la distancia media de Júpiter al Sol.

Una invitación imposible de rechazar [2 puntos]

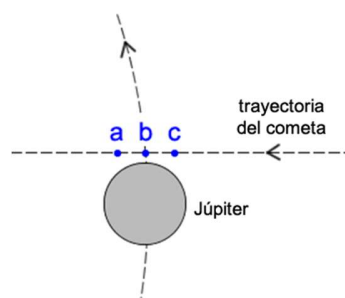
Supongamos que un cometa ubicado a una gran distancia del Sol, es invitado por este a formar parte de nuestro sistema. El cometa parte del reposo y acelera por acción exclusiva del Sol.

- Determine la rapidez v_c del cometa al llegar a las inmediaciones de la órbita de Júpiter. Es decir, a una distancia aproximada r del Sol. [1]
- Determine la rapidez orbital de Júpiter v_J , compárela con la rapidez del cometa v_c obtenida en el ítem anterior y reescriba esta última en términos de v_J . [1]

Una atracción intensa pero breve [3 puntos]

La interacción del cometa con Júpiter se hace apreciable justo en el momento que el cometa tiene la velocidad calculada en el ítem A). Es decir, cuando el cometa se encuentra a una distancia aproximada r del Sol y las velocidades del cometa y del planeta son prácticamente perpendiculares. A partir de este momento y durante un breve lapso de tiempo podemos despreciar el efecto de atracción del Sol sobre el cometa.

- Supongamos que, durante la interacción entre el cometa y el planeta, la rapidez relativa del cometa con respecto a Júpiter permanece invariable. Determine la rapidez relativa del cometa respecto a Júpiter $v_{c/J}$ al finalizar su interacción con este. Dé su respuesta en términos de la rapidez orbital de Júpiter v_J . [1]
- En el siguiente gráfico hay 3 posibles ubicaciones (a, b y c) en las que puede encontrarse el cometa con relación a Júpiter, al momento de empezar a considerar su interacción con este, argumente cuál sería la ubicación más idónea de tal modo que la suposición planteada en el ítem C) sea posible. [1]



- Suponiendo que en el preciso momento en que la influencia de Júpiter deja de ser apreciable, el cometa se movía en dirección opuesta a este, determine la rapidez del cometa relativa al Sol $v_{c/S}$, considerado fijo durante el análisis de este modelo. Dé su respuesta en términos de la rapidez orbital de Júpiter v_J . [1]

Atrapado en un baile eterno [5 puntos]

El breve trayecto del cometa por las inmediaciones de Júpiter es crucial para convertirse en un cuerpo que orbite alrededor del Sol. Inmediatamente después que Júpiter “suelte” al cometa, la influencia exclusiva del Sol, que se vuelve nuevamente apreciable, le permite al cometa orbitar alrededor de este, en una trayectoria elíptica, convirtiéndose así en un cometa Joviano.

- f) Si consideramos que el cometa pasó por el afelio de su órbita elíptica en el momento preciso en que queda bajo la influencia exclusiva del Sol, determine la mínima rapidez v_0 que experimenta el cometa durante su movimiento alrededor del Sol. Dé su respuesta en términos de la rapidez orbital de Júpiter v_J . [1]
- g) Cuando el cometa pase por el punto de su trayecto más cercano al Sol tendrá una rapidez v_p y se encontrará a una distancia mínima r_p . Determine esta distancia mínima en términos del radio medio r de la órbita de Júpiter. [3]
- h) El planeta Júpiter está ubicado a una distancia media $r = 5,20 R_T$ del Sol, donde R_T es la distancia promedio entre el Sol y la Tierra.
La mayoría de los cometas Jovianos tienen períodos de revolución entre 5,93 y 11,86 años, es decir, entre el período de revolución del planeta Júpiter y la mitad de él. ¿Es aceptable el modelo hipotético que se plantea en este problema para dar explicación a la formación de algunos cometas Jovianos? [1]