

Prueba Teórica

La prueba teórica tiene una duración de 4 horas y tiene un valor total de **30 puntos**. El inicio y el final de la prueba la indicará el encargado de cada sala, quien dará el tiempo cada hora y avisará cuando falten 15 minutos para el final de la prueba.

Durante la prueba:

- Debe mantener activa la cámara en todo momento, el marco del video debe cubrir al estudiante y su escritorio.
- Debe permanecer en un lugar que tenga suficiente iluminación.
- Utilice calculadora no programable.
- Utilice solo un lado de cada hoja de papel.
- No escriba su nombre o país, o marcas que le permitan ser identificado en sus hojas de solución.
- **Responda cada problema en hojas separadas. No mezcle procedimientos de diferentes problemas en una misma hoja de solución.**
- En sus respuestas, trate de ser lo más conciso posible: utilice ecuaciones, expresiones lógicas y diagramas para ilustrar sus ideas y pensamientos siempre que sea posible. Evite el uso de oraciones largas.
- Presente un número adecuado de cifras significativas en sus respuestas numéricas e incluya errores en sus cálculos cuando se le solicite.
- A veces es posible resolver partes posteriores de un problema sin haber resuelto las anteriores.
- No está permitido salir de su lugar sin autorización. Si necesita ayuda, llame la atención del encargado de sala utilizando la opción de levantar la mano.

Al finalizar la prueba:

- Cuando el encargado de sala de el aviso de finalización, debe dejar de escribir inmediatamente.
- Ordene las páginas en el orden correspondiente. Y escriba el número de página en el siguiente formato: **número de página/total de páginas** en la esquina superior derecha.
- Asegúrese de escanear todas las hojas de solución y verifique que envía el archivo correcto. El nombre del archivo debe seguir el siguiente formato: **Código de país_Nombre_Prueba Teorica.pdf**
- Deberá adjuntar el archivo de sus hojas de solución en el siguiente formulario: <https://forms.gle/5APaKPnwpvsLnA4q7>
- Espere la confirmación de la recepción de su prueba por el encargado de sala.

Problema 1.

Estudiando la mecánica de un trampolín (10 puntos)

Si nunca has saltado de un trampolín al menos has visto uno, una persona simplemente salta arriba y abajo en la superficie del trampolín. A pesar de su sencillo uso hay mucha física detrás de este efecto. Muchas personas creen que es la habilidad del material que te lanza al aire, en realidad es el sistemas de resortes que están añadidos al sistema del trampolín.

Cuando saltas en un trampolín, tu peso obliga a los resortes a estirarse. La energía cinética de los saltos es aplicada en los resortes, forzando al trampolín a reaccionar. Robert Hooke, físico del siglo 17 estudió la acción y reacción de las propiedades elásticas. En este ejercicio haremos uso de la conservación de las magnitudes mecánicas para estudiar el movimiento en un trampolín. Por simplicidad, nos restringimos a modelos sin pérdidas de energía, así como consideraremos que la masa del resorte y el material son despreciables.



Figura 1. Imagen de un trampolín.

Inicialmente, un líder de la V OCCAFI, con masa m_1 , salta en un trampolín de manera periódica. La velocidad del delegado (hacia arriba al despegarse del trampolín) es v_0 . Considere que la fuerza de contacto con el trampolín $F(t)$ durante el tiempo Δt tiene una forma triangular como se muestra en la figura 2.

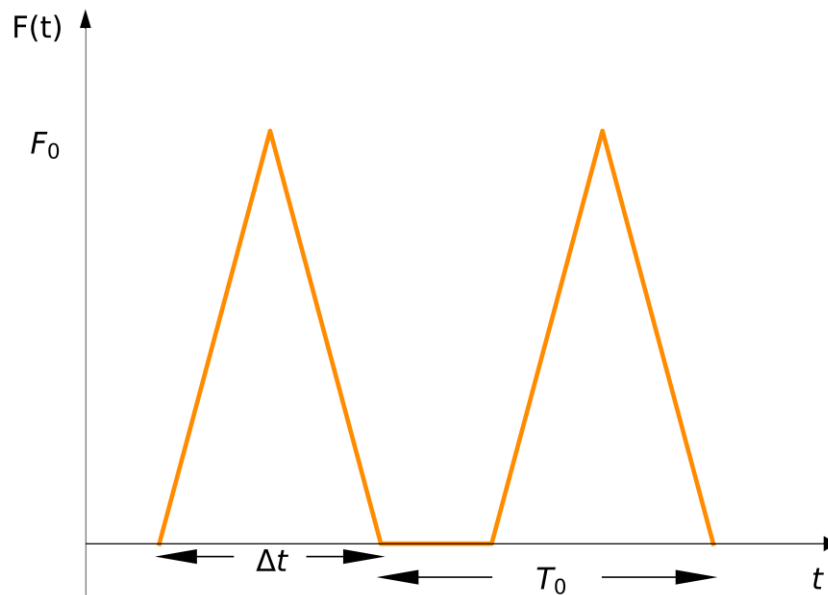


Figura 2. Evolución temporal de la fuerza de contacto $F(t)$, donde Δt es el tiempo de contacto y T_0 el periodo del salto.

A. Encuentre el periodo T_0 . **1.0 pt**

B. ¿Cuál es la expresión de la fuerza máxima, F_0 , sabiendo que el movimiento es periódico? **1.0 pt**

Ahora el delegado, mientras salta hacia arriba con una velocidad v_0 , toma a un estudiante de masa m_2 a una altura h_0 , como se muestra en la figura 3. Asuma que el tiempo que tarda en tomar al estudiante es despreciable.

C. Determine la velocidad del delegado inmediatamente antes e inmediatamente después de tomar al estudiante. **2.0 pt**

D. ¿Cuál es la altura máxima, h_f , que el delegado y el estudiante alcanzan? **2.0 pt**

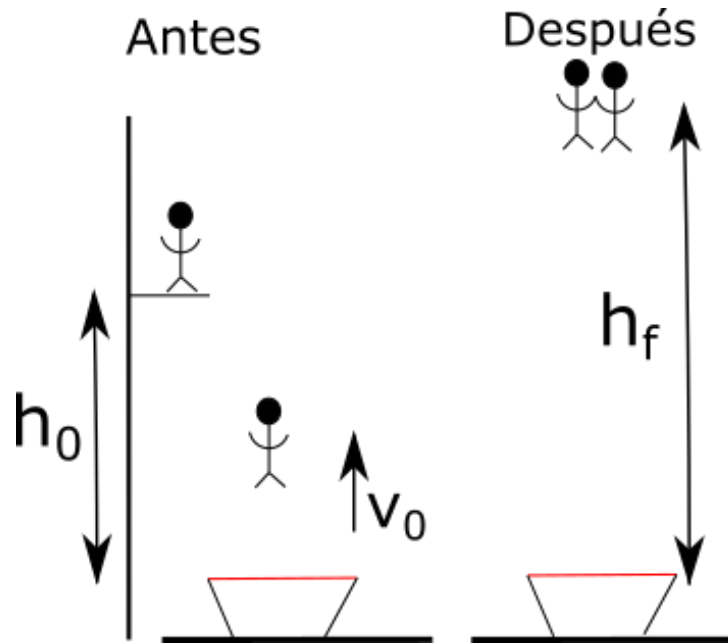


Figura 3. Se muestran las dos fases del salto, el delegado, con velocidad v_0 , agarra al estudiante a una altura h_0 .

- | | | |
|-----------|---|---------------|
| E. | ¿Qué altura máxima alcanzaría el delegado en el límite en que su masa es mucho más pesada que la masa del estudiante ($m_1 \gg m_2$)? | 2.0 pt |
| F. | Si el delegado no toma al estudiante, ¿qué altura máxima alcanzaría? | 1.0 pt |
| G. | Compare (mayor, menor o igual) los resultados de los literales E) y F) | 1.0 pt |

Problema 2.

Barra moviéndose sobre un domo esférico (10 puntos)

La barra delgada uniforme de masa m y longitud L se encuentra inicialmente en reposo en posición horizontal centrada sobre la superficie de un domo esférico de radio $R = 0.6L$. Si en el extremo de la barra comienza a aplicarse una fuerza P perpendicular a la misma en todo momento y cuyo módulo va incrementándose lentamente, el deslizamiento se inicia para $\theta = 20.0^\circ$.

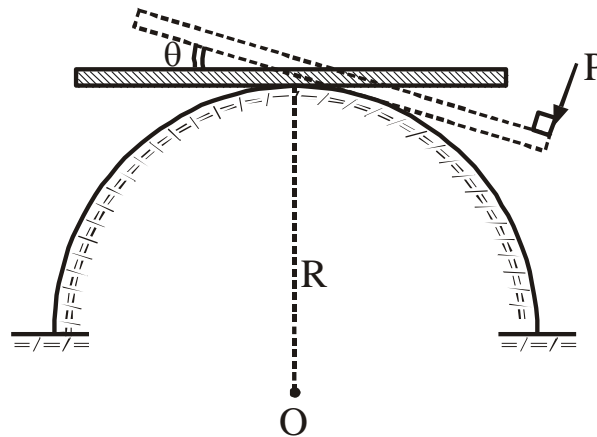


Figura 4.

A partir de lo enunciado y siendo g el módulo de la aceleración de la gravedad, realice las siguientes tareas:

- | | | |
|-----------|---|---------------|
| A. | Realice un diagrama de cuerpo libre de la barra en la posición de deslizamiento inminente. | 1.0 pt |
| B. | Determine el módulo de la fuerza de rozamiento que actúa sobre la barra de parte de la superficie del domo en la posición de deslizamiento inminente. | 2.0 pt |

C. Determine el coeficiente de rozamiento estático μ_s entre la barra y la superficie del domo en términos del ángulo de 20.0° y el parámetro numérico $K = \left(1 - \frac{2}{15}\pi\right)$. **2.0 pt**

D. Si la aceleración del centro de masas de la barra al momento de iniciar el deslizamiento es de módulo $a_{inicial}$, determine el coeficiente de rozamiento cinético μ_k entre la barra y la superficie del domo en términos de $a_{inicial}$, g , K y del ángulo de 20.0° . **2.0 pt**

E. Considerando $a_{inicial} = 1.58 \text{ m/s}^2$ y $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, determine el valor numérico de los coeficientes de rozamiento estático y cinético entre la barra y la superficie del domo. **1.0 pt**

F. Determine el trabajo realizado por la fuerza P desde el momento en que la barra se encuentra en la posición horizontal hasta el instante en que está a punto de deslizar. **2.0 pt**

Problema 3.

Juego de trompos (10 puntos)

Uno de los juegos favoritos de los salvadoreños son las peleas de trompos. Un trompo es un trozo de madera que puede idealizarse a tener forma de un cono truncado, con altura H , radio superior R , radio inferior r , con masa M , alrededor del cual se enrolla desde su base un cordel de longitud L . Es de notar que en la punta del cono se coloca un clavo de masa y longitud despreciables, tal como se muestra en la Figura 1. Durante todo este problema no consideraremos los efectos de la gravedad sobre el trompo.

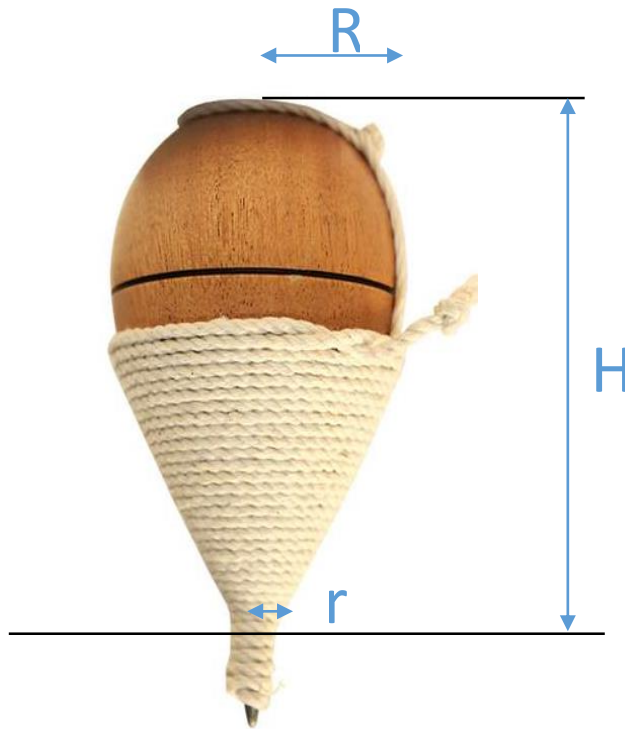


Figura 5: Diagrama esquemático de las dimensiones de un trompo mostrando un cordel de longitud L enrollado alrededor de su base.

El juego en sí mismo acoge variaciones regionales que dependen de la geografía y cultura de las poblaciones. Puede ir desde el juego más destructivo, donde se apunta a destrozarse al trompo de los amigos, hasta las variaciones más pacíficas donde simplemente pierde aquel jugador cuyo trompo queda en reposo primero.

Parte A: Lanzamiento

El truco para poder lanzar un trompo apropiadamente es enrollarlo con la tensión apropiada para que las vueltas del cordel no se aflojen conforme se desenrolla (en cuyo caso el trompo gira sin deslizar sobre el cordel), amarrar el hilo a un dedo y arrojar el trompo de tal forma que su centro de masas adquiera cierta velocidad lineal inicial v_0 la cual podemos considerar es unidimensional, y paralela al suelo. El trompo avanzará al mismo tiempo que se desenrolla el cordel y esto le producirá una torca (torque) que aumentará su velocidad angular respecto a su eje de simetría. Al mismo tiempo, la fuerza producida por el cordel hará que su velocidad lineal disminuya.

- | | | |
|------------|--|---------------|
| A.1 | Determine la rapidez angular final del trompo, ω_f , cuando el cordel se termina de desenrollar, para el caso que la velocidad lineal del centro de masa del trompo se hace cero. | 1.0 pt |
|------------|--|---------------|

Una vez el trompo impacta contra el suelo, la fuerza de fricción entre la punta del trompo y el suelo irá reduciendo su velocidad angular hasta que eventualmente se detenga y el usuario tenga que volver a lanzarlo. Note que la velocidad lineal del centro de masas puede ser reducida a cero sin que el trompo se detenga, simplemente quedara girando en un punto fijo.

- | | | |
|------------|--|---------------|
| A.2 | Suponga que la torca (torque) por fricción es constante e igual a τ_f . Con esta información, encuentre cuanto tiempo le tomará al trompo quedar en reposo. | 1.0 pt |
|------------|--|---------------|

Parte B: Colisiones

El juego se vuelve interesante cuando tenemos dos o más jugadores. En la versión más pacífica, los jugadores tienen por objetivo lanzar sus trompos de tal forma que impacten contra los trompos oponentes; el ganador del encuentro es aquel cuyo trompo permanece girando por la mayor cantidad de tiempo.

En un encuentro de este tipo, el jugador A arroja su trompo con velocidad inicial v_A de tal forma que cuando el cordel se termina de desenrollar, el centro de masas del trompo A no tiene velocidad lineal (el trompo gira en un punto fijo). Un jugador B arroja su trompo, al mismo tiempo que el jugador A, con velocidad v_B necesaria para que quede en girando en un punto fijo pero que logre alcanzar al trompo A cuando ambos caen al suelo. Es de notar que las masas de los trompos son diferentes y en este caso $m_B > m_A$. Ambos trompos colisionan justo después de tocar el suelo en el tiempo $t_0 = 0$ por lo que podemos desprestigiar los efectos de la fricción antes de la colisión. Se considera que la interacción es instantánea y que el trabajo realizado por el rozamiento en ese intervalo de tiempo es despreciable.

B.1 Suponiendo que ambos trompos giren en la misma dirección, calcule la magnitud de la velocidad angular de cada trompo después de la colisión. Podemos suponer una colisión elástica. **3.0 pt**

Considere un trompo A con masa $m_a = 250 \text{ g}$, radio $R = 5.0 \text{ cm}$, altura $H = 7.5 \text{ cm}$, el cual se enfrenta a un trompo B con masa $m_b = 500 \text{ g}$, radio $R = 5.0 \text{ cm}$, altura $H = 7.5 \text{ cm}$, que se lanzan hacia una superficie arenosa que ejerce una torca (torque) $\tau_f = 5.0 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}$, cuando fueron lanzados con velocidades $v_a = 11.5 \text{ m/s}$ y $v_b = 9.5 \text{ m/s}$.

B.2 Determine el tiempo que a los trompos mostrados les tomara para llegar al reposo después de colisionar. ¿Cuál de ellos será el ganador? **2.0 pt**

B.3 Encuentre la velocidad mínima a la que el jugador del trompo A debe arrojar su trompo para que gane contra el trompo B asumiendo que el trompo B es lanzado siempre con una velocidad $v_b = 9.5 \text{ m/s}$. **3.0 pt**

Datos Útiles:

- Momento de Inercia de un cono de altura H y radio R : $\frac{3}{10}MR^2$
- El centro de masas de un cono de altura H y radio R se encuentra a una altura $\frac{H}{4}$ medida sobre el eje del cono, a partir del centro de la base circular.
- Puede desprestigiar las masas de la punta y del domo del trompo, así como la cantidad de cuerda enrolladas en ellos.