Segunda Olimpiada Centroamericana de Física
Guatemala 2012

Examen Teórico
28 de mayo de 2012

INSTRUCCIONES:

- La prueba teórica se compone de cuatro problemas y dispone de un tiempo máximo de cuatro horas.

- Se le proporcionarán tres tipos de hojas:
  1) Las hojas de cuestionario donde aparecen los enunciados de los problemas.
  2) Las hojas en blanco señaladas como "Hoja de Respuestas" se utilizarán solamente para escribir las respuestas de los problemas.
  3) Las hojas de papel reciclado se utilizarán para realizar los cálculos y escribir lo que se necesite para solucionar el problema.

- En las hojas del cuestionario debe escribir **únicamente** el número de estudiante que se le ha sido asignado.

- Debe utilizar exactamente una hoja de respuestas para cada problema, pero puede utilizar cualquier cantidad de hojas de reciclaje para su procedimiento.

- Las hojas de respuestas deben estar debidamente identificadas con el número de estudiante asignado, número de problema y cantidad de hojas de reciclaje utilizadas en el procedimiento.

- Las hojas de reciclaje deben estar enumeradas según la secuencia de la solución del problema. Si no desea que se le evalúe el trabajo realizado en alguna de ellas, marque con una X la hoja completa.

- La solución de cada problema debe ser entregada engrapada en el siguiente orden:
  1) La hoja de respuestas del problema.
  2) Las hojas de procedimiento en el orden que fueron enumeradas.
  3) Las hojas de procedimiento marcadas con X (no enumeradas),
  4) Hojas de reciclaje no utilizadas.

- Está prohibido llevarse cualquier material que se encuentre en su puesto de trabajo, todo debe ser devuelto.

Problema 1 (Piratas y movimiento en dos dimensiones)

El pirata Juan Gorrión posee un cañón que siempre dispara sus balas con un ángulo de elevación de 37.0º respecto a la horizontal y con una rapidez de salida de 130 m/s respecto al cañón. Juan colocó su cañón en la parte más baja de una gran rueda de Chicago de 5.00 m de radio. La parte más baja de la rueda se encuentra apenas al nivel del suelo sin llegar a tocarlo. El suelo es completamente horizontal.

La rueda parte del reposo, cuando el cañón está en la parte más baja, con una aceleración angular constante de $1.59\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$. Juan encendió la mecha, de tal forma que el cañón se dispare cuando esté en la parte más alta de la rueda. Desprecie el efecto de retroceso del cañón en el momento del disparo.

Suponiendo que en todo momento el cañón conserva su orientación inicial calcule:

a) La distancia o alcance horizontal de la bala, medida respecto al punto más bajo de la rueda, si la rueda gira hacia adelante, en el mismo sentido en que dispara el cañón. No considere los efectos de la resistencia del aire. (4 puntos)

b) Vuelva a calcular el alcance de la bala, considerando que en el instante del disparo empieza a soplar viento en contra, produciendo una aceleración horizontal constante de magnitud $a = 3.00\,\frac{m}{s^2}$, que se opone al movimiento de la bala. (3 puntos)

c) Considerando aún el efecto del viento en contra y que el lanzamiento ocurre en el punto más alto de la rueda de Chicago, ¿para qué valor de la velocidad angular de la rueda, la bala caería justo bajo el punto de lanzamiento? No considere los valores de aceleración y rapidez angulares de los incisos anteriores. (3 puntos)

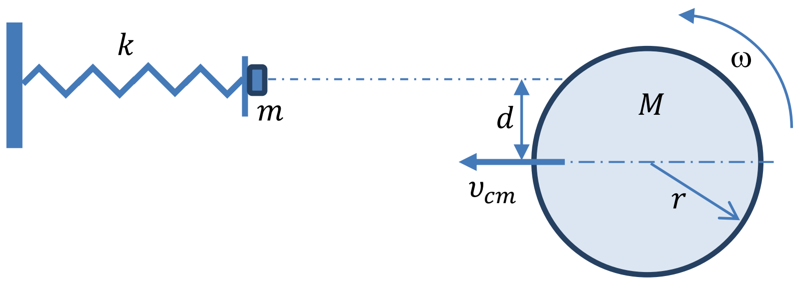
Problema 2 (Colisiones en un cilindro)

Un cilindro homogéneo de masa M, radio r y altura h se mueve en línea recta hacia la izquierda con velocidad de centro de masa v_{cm} y rotando con velocidad angular ω respecto al eje del cilindro. El cilindro se aproxima a un resorte fijo de constante k, el cual puede lanzar una pequeña masa m hacia el cilindro a una distancia d por arriba de su centro de masa, como se muestra en la figura. Suponga que la pequeña masa queda pegada en el cilindro al colisionar con éste y que el movimiento se realiza en ausencia de otras fuerzas (por ejemplo, en ausencia de la fuerza de gravedad). El momento de inercia de un cilindro alrededor de su centro de masa es $I_{cm} = \frac{1}{2}Mr^2$.

a) Considere una colisión frontal, con $d = 0$. ¿Cuánto debe comprimirse el resorte para que al colisionar la pequeña masa con el cilindro, el sistema deje de trasladarse? (3 puntos)

b) Preservando la compresión del resorte del inciso anterior, ¿cuánto debe medir la distancia d, de tal manera que el cilindro deje de rotar? (4 puntos)

c) Suponga que el cilindro se aproxima hacia al resorte rodando sobre una superficie horizontal no deformable en la Tierra, de tal manera que experimenta rodadura pura. ¿Cuánto debe medir la distancia d para que se detenga en estas condiciones? (3 puntos)



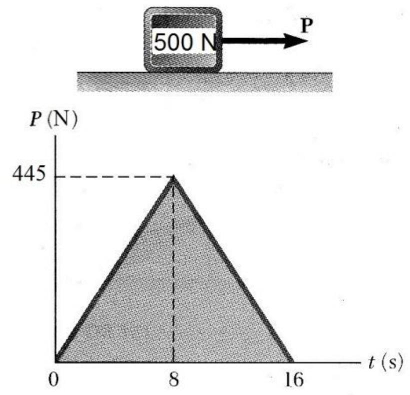
Problema 3 (Fuerza variable sobre un bloque)

Sobre un bloque de 500 N de peso, que inicialmente está en reposo, se aplica una fuerza P que varía con el tiempo como se muestra en la figura. Si los coeficientes de fricción estática y cinética entre el bloque y la superficie horizontal son 0.500 y 0.400 respectivamente:

a) ¿En qué instante el bloque empezará a moverse? (2 puntos)

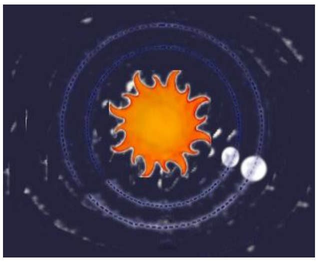
b) Determine la rapidez máxima que alcanzará el bloque. (4 puntos)

c) ¿En qué instante, desde que se empieza a aplicar la fuerza P, el bloque dejará de moverse? (4 puntos)



Problema 4 (Órbitas planetarias y puntos de Lagrange)

Considere un planeta que orbita alrededor de una estrella hipotética con una masa mucho mayor que la del planeta. Se dice que un satélite tiene una órbita sincrónica con respecto al planeta si su posición relativa con respecto al mismo y a la estrella se mantiene constante mientras el planeta orbita.



Dos cuerpos orbitando en órbitas sincrónicas

Cada sistema estrella-planeta como el descrito tiene cinco puntos distintos donde se puede colocar un satélite poco masivo de modo que éste tenga una órbita sincrónica con respecto al planeta. A dichos puntos se les conoce como *puntos de Lagrange*. Uno de ellos, llamado L_1, está siempre en algún lugar de la línea que une al planeta con su estrella, como se muestra en la figura.

Considere una estrella E con una masa de $4/5$ de la masa del Sol y un planeta P que la orbita circularmente con un periodo orbital de 270 días.

a) Determine el radio de la órbita del planeta. (3 puntos)

b) Se observa que un satélite S de masa pequeña, ubicado entre el planeta y la estrella, a una distancia de $1.90 \times 10^9 m$ del planeta está en un punto de Lagrange. Encuentre la masa del planeta. (4 puntos)

c) ¿Siguen siendo sus cálculos del inciso anterior válidos si el satélite no tiene una masa pequeña en comparación con el planeta y la estrella? Explique su respuesta (1 punto)

d) La tercera ley de Kepler establece que para un objeto orbitando alrededor de una estrella, su periodo orbital T cumple con la relación:

$$T^2 = \frac{4\pi}{GM} R^3$$

Donde M es la masa de la estrella y R el radio de su órbita. ¿Se cumple el enunciado para el satélite en el punto de Lagrange? Explique su respuesta. (2 puntos)

Datos Relevantes:

$$M_{sol} = 1.99 \times 10^{30} kg$$
$$G = 6.69 \times 10^{-11} m^3/kg \cdot s^2$$

SABIAS QUE…

En el sistema Tierra-Sol, el punto L_1 ha sido utilizado para colocar un satélite artificial con el objetivo de hacer observaciones del Sol, ya que el viento solar incide siempre de la misma manera en el satélite, y el tiempo que le toma llegar a la Tierra después de pasar por el satélite es constante (alrededor de una hora).

Referencias Bibliográficas

- Agencia Espacial Europea (ESA). 2009. “What are LagrangianPoints?” Disponible en: http://www.esa.int/esaSC/SEMM17XJD1E_index_0.html